TU Delft

Lineaire Algebra en Differentiaalvergelijkingen
4052LADIFY (deeltoets 2)
Maandag 16 Oktober 2017, 10.45-12.30 uur

Universiteit Leiden

- Gebruik van een calculator of tabellen is **niet** toegestaan.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (score+3)/3, op 1 decimaal afgerond, geeft het eindresultaat.
- **Normering**:

opg. 1	2,5	opg. 2	3	opg. 3	3,5	opg. 4	3,5	opg. 5a	2	opg. 6	5	opg. 7	4
								opg. 5b	2				
								opg. 5c	1,5				

---

1. Zij $\mathcal{T}$ de matrixafbeelding gedefinieerd door $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Bepaal een basis van $Ker(\mathcal{T})$, de kern van $\mathcal{T}$.

2. Gegeven is afbeelding $\mathcal{S} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, die een vector $\underline{x} \in \mathbb{R}^2$ eerst spiegelt in de x_2-as en vervolgens (het spiegelbeeld) roteert om (0,0) over $\frac{\pi}{4}$ radialen tegen de klok in.
Geef de matrix van $\mathcal{S}$, u mag hierbij aannemen dat afbeelding $\mathcal{S}$ lineair is.

3. Bepaal $h \in \mathbb{R}$ zodanig dat matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & h & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ een tweedimensionale eigenruimte heeft.

4. Bepaal een particuliere oplossing van de differentiaalvergelijking $y'' - 2y' + y = e^t$.

z.o.z.

5. Gegeven is dat matrix B diagonaliseerbaar is met inverteerbare matrix $S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 8 \end{bmatrix}$

en diagonaalmatrix $D = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Beantwoord de volgende vragen zonder B te reproduceren!

a. Toon aan dat matrix B inverteerbaar is.

b. Laat zien dat B^{-1} diagonaliseerbaar is door een diagonalisatie van B^{-1} te geven.

c. Geef de algemene oplossing van het stelsel differentiaalvergelijkingen $\underline{x}' = B\underline{x}$.

6. De differentiaalvergelijking $x^2y'' - 5xy' + 9y = 0$, met $x > 0$, heeft $y(x) = x^3$ als oplossing (dit hoeft u niet aan te tonen). Gebruik dit gegeven en de methode van ordeverlaging om de algemene oplossing van deze differentiaalvergelijking te vinden.

7. Herschrijf de differentiaalvergelijking $t^2y'' - 2ty' + 2y = 0$, met $t > 0$, eerst als equivalent stelsel van twee eerste orde lineaire differentiaalvergelijkingen. Toon vervolgens aan dat

$X(t) = \begin{bmatrix} t^2 & t \\ 2t & 1 \end{bmatrix}$ een fundamentaalmatrix is van dat stelsel differentiaalvergelijkingen.