

Toets Inleiding Kwantumchemie (MST1171)

Uitgifte datum: vrijdag 6 maart 2009 (17:00)

Uiterste inleverdatum : maandag 9 maart 2009, tussen 8:30 - 8:45 (in kamer 0.225 of 1.208)

Opm: dit is een *individuele* toets, overleg met mede-studenten wordt als fraude beschouwd (!)

*** Schrijf duidelijk je naam, studienummer en studierichting op je antwoordenblad ***

Lees de vragen goed en maak waar nodig gebruik van het formuleblad en van de college-slides (zie Blackboard)

Opgave 1

Een bundel He^+ ionen wordt in vacuum versneld met een spanning van 1 kV en vervolgens op een slit met een breedte van $1 \mu\text{m}$ geschoten. Op 1 meter voorbij het slit worden de helium ionen gedetecteerd op een fosforscheerm.

- Bereken de snelheid, de kinetische energie en de potentiële energie die de He^+ ionen hebben zodra ze door het slit heen gaan.
- Bereken ook de golflengte van de He^+ ionen. Is het interferentiepatroon op het scherm zichtbaar met het blote oog? Licht je antwoord toe met een berekening.

Hetzelfde experiment wordt herhaald, maar nu met een bundel elektronen die gericht wordt op twee slits naast elkaar. Bij hele lage intensiteiten, waarbij er slechts 1 elektron tegelijk door de slit(s) gaat, wordt er nog steeds een interferentiepatroon waargenomen – dit is het beroemde “double-slit” experiment.

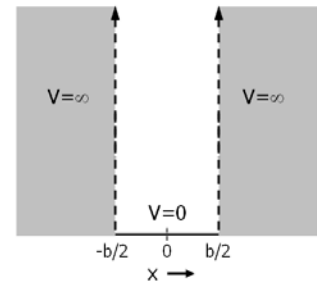
- Stel je zou bij elk slit een elektronenteller monteren, zodat je precies kan volgen wanneer en door welk slit er een elektron passeert. Wat gebeurt er met het interferentiepatroon? Verklaar dit in een paar zinnen.

Opgave 2

Enkele jaren geleden werden er bij sommige Dance festivals zgn. ‘glow-sticks’ uitgereikt. Als deze gebroken werden kwamen er twee chemicaliën met elkaar in contact en tradt er chemoluminescentie op. Sommige van die sticks gaven een groene kleur ($\lambda \approx 500 \text{ nm}$) en werkten 1 uur lang. Wat is de theoretische maximale nauwkeurigheid waarmee je de golflengte van het uitgezonden licht kan bepalen?

Opgave 3

Beschouw een elektron in een 1-dimensionaal doosje met afmeting b en oneindig hoge potentiaalwanden.



- a) Geef van onderstaande golffuncties I t/m IV aan of het geldige golffuncties zijn voor het elektron. Licht je antwoord (kort) toe.

I: $\Psi(x, t) = 2At \sin\left(\frac{2\pi x}{b}\right)$

III: $\Psi(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right) \cos(\sqrt{t})$

II: $\Psi(x, t) = \sqrt{2A} e^{i(2x - \omega t)}$

IV: $\Psi(x, t) = A \cos\left(\frac{\pi x}{b}\right)$

Neem vervolgens aan dat de totale golffunctie van het electron in het doosje beschreven kan worden met de onderstaande lineaire combinatie van eigenfuncties:

$$\Psi(x, t) = c_1 \phi_1(x, t) + c_2 \phi_2(x, t) + c_3 \phi_3(x, t) + c_4 \phi_4(x, t)$$

waarbij $\phi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{b}} \cos(n\pi x/b)$

De eigenfuncties ϕ_1 t/m ϕ_4 zijn genormeerde eigenfuncties die horen bij de energie-operator \hat{H} . We brengen het deeltje nu in een toestand waarbij de eerste drie coëfficiënten de volgende waarden hebben: $c_1 = \frac{6}{9}$, $c_2 = \frac{5}{9}$, $c_3 = \frac{4}{9}$.

- b) Bereken de waarde van c_4 .

- c) Laat zien dat de gegeven golffunctie $\phi_n(x, t)$ leidt tot de energie-eigenwaarden $E_n = \frac{h^2 n^2}{8mb^2}$.

- d) Hoeveel mogelijke uitkomsten zijn er voor metingen van de energie van een elektron dat beschreven wordt door de totale golffunctie $\Psi(x, t)$? Wat is voor elk van deze mogelijke uitkomsten de waarschijnlijkheid dat je deze waarde meet?

- e) Geef een uitdrukking voor de gemiddelde waarde van de energie die je verwacht te vinden bij metingen aan een groot aantal van deze (identiek geprepareerde) systemen.

- f) Stel dat de waarde E_2 gevonden wordt bij de meting van de energie van het elektron. Wat is de kans om bij een tweede, direkt hierop volgende meting wederom de waarde E_2 te vinden? Leg je antwoord uit.

- g) Je wil nu ook de plaats van het elektron weten. Kan je deze met behulp van het antwoord onder e) berekenen, of moet je een nieuwe meting doen? Leg uit.

- h) Bereken de temperatuur waarbij 1% van de elektronen zich in de eerste aangeslagen toestand bevindt. Maak hierbij gebruik van uitdrukking voor E_n zoals gegeven in c). Verder is gegeven dat $b = 3$ nm.